

# FUNKCJA LINIOWA

Test opracowany na podstawie  
kursu pomiaru dydaktycznego.  
opracowała: Danuta Żywicka

Kościerzyna, maj 2008

### **Charakterystyka testu:**

1. Temat: Funkcja liniowa.
2. Test sprawdzający.
3. Celem testu jest sprawdzenie opanowania pojęcia funkcji liniowej, rozumienia i stosowania w sytuacjach typowych i problemowych zakresu materiału funkcji liniowej.
4. Przeznaczenie klasa I szkoły średniej.

### **Praca zawiera:**

1. Plan testu.
2. Test.
3. Schemat punktowania.
4. Przykładową tabelę zbiorczą i analizę zadań.
5. Raport z badań.

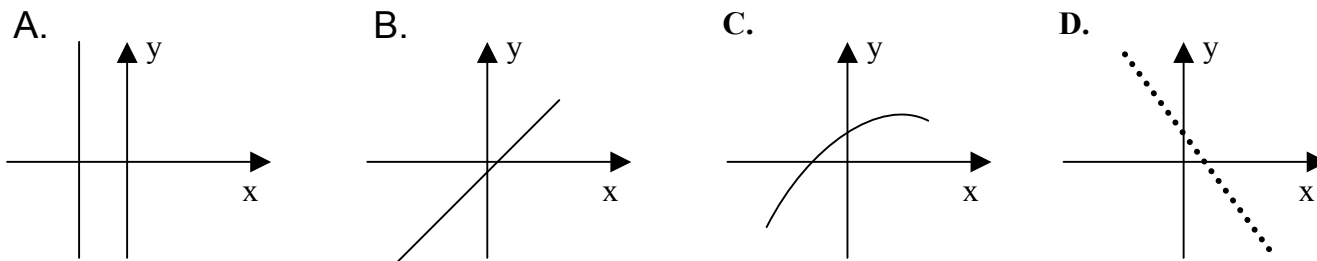
# PLAN TESTU

CZYNNOŚĆ UCZNIA	POZIOM KATEGORIA	PODSTAWOWY				ROZSZERZAJĄCYNY				SUMA PUNKTÓW
		A	B	C	D	A	B	C	D	
Wskazuje prawidłowy wykres funkcji liniowej		1a <sub>1</sub>								2
Uzasadnia wybór odpowiedniego wykresu.			1a <sub>2</sub>							
Podstawia współrzędne punktów do wzoru funkcji liniowej.			2a <sub>1</sub>							4
Podaje wzór funkcji liniowej.				2a <sub>2</sub>						
Zauważa, że jest to prosta postaci $x = a$ .			2b <sub>1</sub>							
Podaje równanie prostej.				2b <sub>2</sub>						
Zapisuje wartość współrzędnej $a$ szukanej funkcji			3a <sub>1</sub>							4
Podstawia współrzędne punktu i wartość współczynnika $a$ do wzoru ogólnego funkcji $y = ax + b$				3a <sub>2</sub>						
Oblicza wartość współczynnika $b$				3a <sub>3</sub>						
Zapisuje wzór funkcji				3a <sub>4</sub>						
Zapisanie zależności przy, której produkcja jest opłacalna							4a <sub>1</sub>			3
Rozwiązanie odpowiedniej nierówności.								4a <sub>2</sub>		
Sformułowanie prawidłowej odpowiedzi.								4a <sub>3</sub>		
Zapisuje równanie i rozwiązuje $0 = ax + b$				5a						4
Zapisuje i rozwiązuje nierówność $ax + b > 0$				5b						
Podaje odpowiedź			5c							
Podstawia współrzędne punktu do wzoru funkcji i formułuje prawidłową odpowiedź				5d						
Rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną.				6a <sub>1</sub> 6a <sub>2</sub>						6
Rozwiązuje układ równań metodą graficzną.				6a <sub>3</sub> , 6a <sub>4</sub>						
Odczytuje z wykresu i zapisuje długość wysokości i podstawy trójkąta				6b <sub>1</sub>						
Oblicza pole trójkąta				6b <sub>2</sub>						
Zapisuje wartość współrzędnej $a$ szukanej funkcji			7a <sub>1</sub>							4
Podstawia współrzędne punktu $A$ i wartość współczynnika $a$ do wzoru ogólnego funkcji $y = ax + b$				7a <sub>2</sub>						
Oblicza wartość współczynnika $b$				7a <sub>3</sub>						
Zapisuje wzór funkcji				7a <sub>4</sub>						
Zapisuje odpowiedni układ równań							8a <sub>1</sub>			4
Wyznacza punkt przecięcia prostych w zależności od $a$ .								8a <sub>2</sub>		
Podstawia otrzymany punkt do prostej $y=3x$ .								8a <sub>3</sub>		
Podaje wartość współczynnika $a$ .								8a <sub>4</sub>		
		1	6	17	0	0	2	5		31
		24				7				

**Instrukcja dla ucznia:** Test składa się z 8 zadań otwartych. Przy każdym zadaniu podana jest ilość punktów jaką można uzyskać. Na rozwiązanie zadań masz 40 minut.

**FUNKCJA LINIOWA**

1. (0-2pkt.) Który z poniższych rysunków przedstawia wykres funkcji liniowej (odpowiedź uzasadnij).



2. (0-4pkt.) Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkty:

a)  $A=(2,3)$ ,  $B=(-4,2)$

b)  $A=(3,4)$ ,  $B=(3,-5)$

3. (0-4pkt.) Napisz równanie prostej prostopadłej do prostej  $y = -2x + 12$  przechodzącej przez punkt  $(-4,5)$ .

4. (0-3pkt.) Funkcja  $k(x) = 1600 + 10x$  opisuje koszty (w złotych) jakie miesięcznie ponosi firma „Skrzat” produkująca krasnale ogrodowe. 1600zł to miesięczny koszt stały, 10 zł to koszt wyprodukowania jednego krasnala,  $x$  to liczba krasnali. Funkcja  $f(x) = 35x$  wyraża łączny przychód ze sprzedaży krasnali. Ile miesięcznie krasnali należy wyprodukować przy założeniu, że wszystkie będą sprzedane, aby ich produkcja była opłacalna?

5. (0-4pkt.) Dana jest funkcja  $y = 2x + 3$ .

- a) Oblicz miejsce zerowe danej funkcji.  
b) Oblicz, dla jakich argumentów dana funkcja przyjmuje wartości dodatnie?  
c) Czy dana funkcja jest rosnąca, malejąca, stała? Dlaczego?  
d) Sprawdź, czy punkt  $A = (-1, 1)$  należy do wykresu podanej funkcji?

6. (0-6pkt.)

(a) Rozwiąż metodą graficzną i algebraiczną układ równań: 
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ x + y = 3. \end{cases}$$

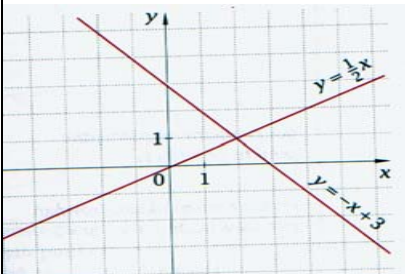
- b) Oblicz pole figury ograniczonej wykresem funkcji i osią  $OY$ . Zapisz obliczenia.

7. (0-4pkt.) Podaj wzór funkcji liniowej przechodzącej przez punkt  $(3, 2)$ , której wykres jest równoległy do wykresu funkcji  $y = \frac{1}{3}x - 1$ .

8. (0-4pkt.) Wyznacz taką wartość  $a$ , że punkt przecięcia wykresów funkcji  $y = x + 1 - a$  i  $y = 2x - 3$  leży na prostej  $y = 3x$ .

# SCHEMAT PUNKTOWANIA ZADAŃ

NR ZAD	CZYNNOŚĆ UCZNIA	POPRAWNA ODPOWIEDŹ	KRYTERIA PUNKTOWANIA	SUMA PUNKTÓW	CZAS PRACY UCZNIA	KATEGORIA WYMAGAŃ	POZIOM WYMAGAŃ
1	Wskazuje odpowiedni wykres funkcji liniowej	B	1	2	2	A	P
	Uzasadnia wybór odpowiedniego wykresu.	prosta, będąca wykresem funkcji	1			B	P
2	Podstawia współrzędne punktów do wzoru funkcji liniowej	$y=ax+b, \begin{cases} 3 = 2a + b \\ 2 = -4a + b \end{cases}$	1	4	5	B	P
	Podaje wzór funkcji liniowej.	$y = \frac{1}{6}x + 2\frac{2}{3}$	1			C	P
	Zauważa, że jest, to prosta pionowa.	np. $x=a$ lub rysuje wykres	1			B	P
	Zapisuje wzór prostej.	$x = 3$	1			C	P
3	Zapisuje wartość współczynnika $a$ szukanej funkcji	$a = \frac{1}{2}$	1	4	5	B	P
	Podstawia współrzędne punktu i wartość współczynnika $a$ do wzoru ogólnego funkcji $y = ax + b$	$5 = \frac{1}{2}(-4) + b$	1			C	P
	Oblicza wartość współczynnika $b$	$b = 7$	1			C	P
	Zapisuje wzór funkcji	$y = \frac{1}{2}x + 7$	1			C	P
4	Zapisanie zależności przy, której produkcja jest opłacalna	$k(x) < f(x)$ lub $1600 + 10x < 35x$	1	3	5	B	R
	Rozwiązanie odpowiedniej nierówności.	$x > 64$	1			C	R
	Sformułowanie odpowiedzi	Należy wyprodukować przynajmniej 65 krasnali.	1			C	R
5a	Zapisuje i rozwiązuje równanie $0 = ax + b$	$0 = 2x + 3, x = -\frac{3}{2}$	1	4	5	C	P
5b	Zapisuje i rozwiązuje nierówność $ax + b > 0$	$2x + 3 > 0, x > -\frac{3}{2}$	1			C	P
5c	Określa monotoniczność funkcji	funkcja rosnąca, bo $a > 0$	1			B	P

5d	Podstawia współrzędne punktu do wzoru funkcji	$1 = 2 \cdot (-1) + 3$ Punkt należy do wykresu danej funkcji	1			C	P
6a	Rozwiązuje układ metodą algebraiczną. Doprowadza do równania z jedną niewiadomą.	np. $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ \frac{1}{2}x = -x + 3 \end{cases}$	1	6	6	C	P
	Wyznacza rozwiązanie.	$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	1			C	P
	Przekształca układ równań $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ x + y = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y = -x + 3 \end{cases}$	1			C	P
	Sporządza wykresy funkcji.					C	P
	Odczytuje i zapisuje rozwiązanie	$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	1			C	P
6b	1 Odczytuje z wykresu i zapisuje długość wysokości i podstawy trójkąta	$a = 3, \quad h = 2$	1		2	D	P
	2 Oblicza pole trójkąta	$P = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$	1			C	P
7	Zapisuje wartość współczynnika $a$ szukanej funkcji	$a = \frac{1}{3}$	1	4	5	B	P
	Podstawia współrzędne punktu $A$ i wartość współczynnika $a$ do wzoru ogólnego funkcji $y = ax + b$	$2 = \frac{1}{3} \cdot 3 + b$	1			C	P
	Oblicza wartość współczynnika $b$	$b = 1$	1			C	P

	Zapisuje wzór funkcji	$y = \frac{1}{3}x + 1$	1			C	P
8	Zapisuje odpowiedni układ równań	np. $\begin{cases} y = x + 1 - a \\ y = 2x - 3 \end{cases}$	1	4	5	B	R
	Wyznacza punkt przecięcia prostych w zależności od a.	$x = 4 - a, \quad y = 5 - 2a$	1			C	R
	Podstawia otrzymany punkt do prostej $y=3x$ .	$5 - 2a = 3(4 - a)$	1			C	R
	Podaje wartość współczynnika a.	$a = 7$	1			C	R

Sprawdzając pracę ucznia należy przyznać punkty za każdą inną poprawną metodę.

**Przykładowa tabela zbiorcza testowania i analizy zadań testu:**

kategorie celów	A	B	B	C	B	C	B	C	C	C	B	C	C	C	C	B	C	C	C	C	C	C	C	B	C	C	C	B	C	C	C			
uczeń/zadanie	1a <sub>1</sub>	1a <sub>2</sub>	2a <sub>1</sub>	2a <sub>2</sub>	2b <sub>1</sub>	2b <sub>2</sub>	3a <sub>1</sub>	3a <sub>2</sub>	3a <sub>3</sub>	3a <sub>4</sub>	4a <sub>1</sub>	4a <sub>2</sub>	4a <sub>3</sub>	5a	5b	5c	5d	6a <sub>1</sub>	6a <sub>2</sub>	6a <sub>3</sub>	6a <sub>4</sub>	6b <sub>1</sub>	6b <sub>2</sub>	7a <sub>1</sub>	7a <sub>2</sub>	7a <sub>3</sub>	7a <sub>4</sub>	8a <sub>1</sub>	8a <sub>2</sub>	8a <sub>3</sub>	8a <sub>4</sub>	suma		
K.B.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	31		
R.W.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	30		
Ł.P.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	27		
M.S.	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	21	
P.O.	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	-	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17	
M.K.	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	-	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14	
M.M.	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	-	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	9	
Odpowiedzi prawidłowe	6	5	4	4	7	6	7	6	5	6	7	7	7	7	7	5	4	4	3	4	4	4	6	4	4	4	4	4	4	3	2	2	1	149
Odpowiedzi błędne	1	2	3	3	0	1	0	1	2	1	0	0	0	0	0	2	3	3	4	3	0	1	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	5	61
Zadania opuszczone	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	7	
Fracja opuszczeń	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,43	0	0	0	0	0	0	0	0,14	0,14	0,14	0,14		
Łatwość zadania	0.86	0,71	0.57	0.57	1	0.86	1	0,86	0,71	0,86	1	1	1	1	1	0,71	0,57	0,57	0,43	0,57	0,57	0,86	0,57	0,57	0,57	0,57	0,57	0,57	0,43	0,29	0,29	0,14		
Łatwość w górnej połowie	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,67	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,67	0,67	0,33		
Łatwość w dolnej połowie	1	0,33	0,33	0,33	1	1	1	0,67	0,33	0,67	1	1	1	1	1	0,67	0,67	0	0	0	0	0,67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
Moc różnicująca	0	0,67	0,67	0,67	0	0	0	0,33	0,67	0,33	0	0	0	0	0	0,33	0	1	1	1	1	0,33	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		

$$\bar{x} = 21,3, \quad Me = 21, \quad Mo =$$



## RAPORT Z BADAŃ

### I. Frakcja opuszczeń.

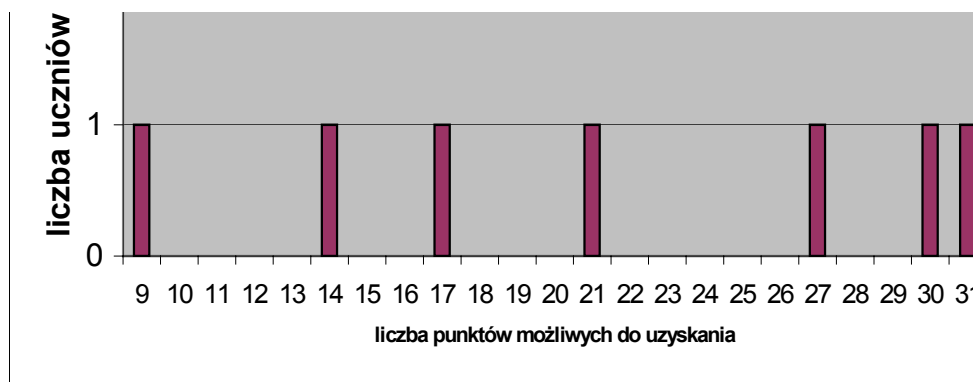
W poziomie podstawowym w zadaniu 6a<sub>4</sub> frakcja opuszczeń wynosi 43%, gdyż uczniowie rozwiązując układ równań metodą graficzną nie podawali rozwiązania. Należy zwrócić uczniom uwagę na fakt, że naszkicowanie wykresów funkcji nie jest rozwiązaniem układu równań.

### II. Łatwość zadania.

wskaźnik łatwości zadania \ poziom	podstawowy	rozszerzony
0.00-0.19 bardzo trudne		8a <sub>4</sub>
0.20-0.49 trudne	6a <sub>2</sub> ,	8a <sub>1</sub> , 8a <sub>3</sub> , 8a <sub>2</sub>
0.50-0.69 umiarkowanie trudne	2a <sub>1</sub> , 2a <sub>2</sub> , 5d, 6a <sub>1</sub> , 6a <sub>3</sub> , 6a <sub>4</sub> , 6b <sub>2</sub> , 7	7 <sub>1</sub> , 7 <sub>2</sub> ,
0.70-0.89 łatwe	1, 2b <sub>2</sub> , 3a <sub>2</sub> , 3a <sub>3</sub> , 3a <sub>4</sub> , 5c, 6b <sub>1</sub> ,	
0.90-1.00 bardzo łatwe	2b <sub>1</sub> , 3a <sub>1</sub> , 4, 5a, 5b,	

### III. Moc różnicująca. Moc różnicująca dla każdego zadania jest dodatnia.

### IV.



Rozstęp wyników: 22, klasa zróżnicowana.