

IV WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY UCZNIÓW GIMNAZJÓW

etap rejonowy – część I

28 luty 2004 r

GRATULACJE – zakwalifikowałeś się do etapu rejonowego IV Wojewódzkiego Konkursu Matematycznego. Przed tobą 5 zadań otwartych. Przedstaw starannie swoje rozwiązanie. Zaprezentuj cały tok rozumowania. Zapisz konieczne wyjaśnienia. Pamiętaj o podaniu odpowiedzi. Obok numeru zadania podana jest ilość punktów, jaką możesz uzyskać za jego rozwiązanie. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut. Aby przejść do drugiej części musisz uzyskać co najmniej 60 punktów.

POWODZENIA !

Zadanie 1 (16 punktów)

Doprowadź do najprostszej postaci i oblicz wartość wyrażenia dla $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{2}$.

$$\frac{\frac{1}{a^{-2}} - \frac{1}{b^{-2}}}{\frac{1}{a^{-1}} - \frac{1}{b^{-1}}} - \frac{\frac{1}{a^{-3}} - \frac{1}{b^{-3}}}{\frac{1}{a^{-2}} - \frac{1}{b^{-2}}} =$$

Zadanie 2 (10 punktów)

Wykaż, że suma iloczynu trzech kolejnych liczb całkowitych i liczby środkowej jest sześcianiem liczby środkowej.

Zadanie 3 (13 punktów)

Bartek spędził wakacje u dziadka. Pewnego słonecznego popołudnia dziadek poprosił Bartka aby pomógł w obliczeniach.

- Moje pole ma kształt prostokąta. Ścieżki prostopadłe do boków dzielą je na cztery działki mniejsze. Gdybym chciał ogrodzić pole składające się z dwóch sąsiednich działek (o wspólnym boku) to w zależności od tego, które dwie działki ogrodzę będę potrzebował: 600m, 700m, 800m i 900m ogrodzenia. Jaka jest długość obwodu całego pola?

Zadanie 4 (17 punktów)

Po owalnym torze długości 600m jeździ dwóch rowerzystów. Jeśli jadą w tym samym kierunku, mijają się co 12 minut. Jeśli jadą w przeciwnych kierunkach, to mijają się co 1 min 12 sekund. Oblicz prędkości rowerzystów w m/min. Sprawdź czy obliczone prędkości spełniają warunki zadania.

Zadanie 5 (14 punktów)

Dana jest figura geometryczna o wierzchołkach: $A = (-3, -3)$, $B = (3, -3)$, $C = (3, 3)$, $D = (-3, 3)$. Z figury wycięto część płaszczyzny ograniczoną wykresami $y = -|x| + 2$, $y = |x| - 2$. Oblicz pole pozostałej części figury ABCD.