

VI WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY UCZNIÓW GIMNAZJÓW

etap wojewódzki – część I
18 marzec 2006 r.

GRATULACJE – zakwalifikowałeś/eś się do etapu wojewódzkiego VI Wojewódzkiego Konkursu Matematycznego. Przed Tobą 4 zadania otwarte. Przedstaw starannie swoje rozwiązania. Zaprezentuj cały tok rozumowania. Zapisz konieczne wyjaśnienia. Pamiętaj o podaniu odpowiedzi. Obok numeru zadania podana jest ilość punktów, jaką możesz uzyskać za jego rozwiązanie. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut. Aby przejść do drugiej części finału musisz uzyskać co najmniej 33 punkty.

POWODZENIA !

Zadanie 1 (9 punktów)

Dany jest układ równań:

$$\begin{cases} x^2 + 4x + y + 1 = k + (x + 1)^2 \\ x + (y - 1)^2 - k + 1 = y^2 \end{cases}$$

Dla jakich wartości parametru k rozwiązaniem tego układu jest para liczb rzeczywistych o różnych znakach?

Zadanie 2 (9 punktów)

Z dwóch miejscowości odległych o 1 km wychodzą jednocześnie na spotkanie brat i siostra. Brat idzie z prędkością 1,5m/s, a siostra z prędkością 1m/s. Równocześnie z bratem wybiega pies z prędkością 5m/s, który dobiega do siostry, zawraca, dobiega do brata, zawraca i biega tak do chwili spotkania brata i siostry. Oblicz ile kilometrów przebiegnie pies?

Zadanie 3 (9 punktów)

W trójkąt prostokątny wpisano okrąg. Punkt styczności okręgu z przeciwprostokątną dzieli ją na odcinki p i g . Wyznacz pole tego trójkąta.

Zadanie 4 (8 punktów)

Kulisty balonik dopełniono gazem i wówczas powierzchnia balonika zwiększyła się o 21%.

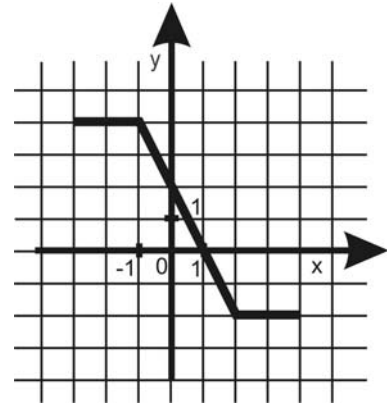
Oblicz o ile procent zwiększyła się objętość balonika?

7. W prostokątnym układzie współrzędnych dany jest wykres funkcji:

$$f(x) = \begin{cases} 4 & \text{dla } x < -1 \\ -2x + 2 & \text{dla } -1 \leq x < 2 \\ -2 & \text{dla } x \geq 2 \end{cases}$$

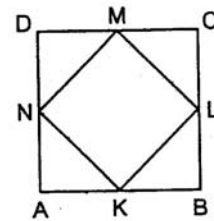
Funkcja przyjmuje wartości ujemne w przedziale:

- a) $(-\infty; 0)$ b) $(0; \infty)$
c) $(1; \infty)$ d) $(2; \infty)$



8. Punkty K, L, M, N są środkami boków kwadratu ABCD, którego pole wynosi 10cm^2 . Pole czworokąta KLMN wynosi:

- a) 20 cm^2 b) 5 cm^2
c) $2\sqrt{5}\text{ cm}^2$ d) $\sqrt{5}\text{ cm}^2$



9. Pole koła opisanego na trójkącie o bokach długości 5 cm, 12 cm, 13 cm, wynosi:

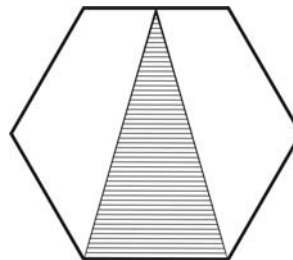
- a) $168\pi\text{ cm}^2$ b) $25\pi\text{ cm}^2$ c) $42,25\pi\text{ cm}^2$ d) $144\pi\text{ cm}^2$

10. Dwa okręgi o promieniach długości 5cm i 7 cm są styczne.. Odległość między ich środkami wynosi:

- a) 2 cm b) 12 cm c) 2cm lub 12 cm d) inna odpowiedź

11. Jaka część powierzchni sześciokąta foremnego stanowi zacieniowany trójkąt?

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{3}$
c) 0,5 d) $\frac{5}{12}$



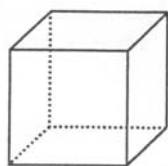
12. Jeżeli objętość sześcianu jest równa objętości kuli, to jaki jest stosunek długości krawędzi sześcianu do długości promienia kuli?

a) $\sqrt[3]{\frac{4}{3}}\pi$

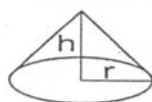
b) $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}\pi$

c) $\frac{4}{3}\pi$

d) $\frac{3}{4}\pi$



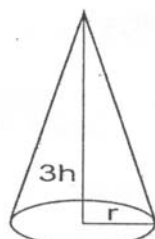
13. Które z figur mają taką samą objętość:



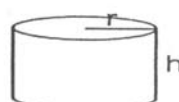
A



B



C



D

A

B

C

D

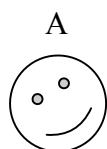
a) A i D

b) B i D

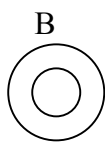
c) C i D

d) A i B

14. Która z figur ma nieskończenie wiele osi symetrii:



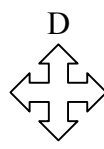
A



B



C



D

a) D

b) A

c) B

d) C

15. Jeżeli symbol $n!$ (n -silnia) oznacza iloczyn kolejnych liczb naturalnych od 1 do n ,

to ile wynosi $\frac{7!}{6 \cdot 7}$?

a) 15

b) 5

c) 24

d) 120